河北经贸大学课程水平认定

《离散数学》课程大纲

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **课程名称** | 离散数学 | **课程类型** | 必修课 |
| **总 学 时** | 34学时 | **学 分** | 2学分 |
| **适用专业** | 计算机软件与理论 | **开课单位** | 信息技术学院 |

**一、课程性质**

离散数学是现代数学的重要分支，是计算机科学的基础理论课程。 数理逻辑、集合论、图论与代数结构是离散数学的重要组成部分。要求学生生对它们的基本概念有较深入的了解，能够系统地掌握命题演算、谓词演算及朴素集合论的经典内容，掌握演绎推理的基本方法。掌握图论的基本定理和应用，熟悉代数系统的基本概念及定理。

**二、学习目的**

通过本课程的学习，培养学生的抽象思维和严密的逻辑推理能力，为进一步学习专业课打好基础，并为学生今后处理离散信息，提高专业理论水平，从事计算机的实际工作提供必备的数学工具。同时，结合本课程的特点，培养学生辩证唯物论观点和观察、分析、解决问题的能力，特别应着力培养学生的创新能力和实践能力。

**三、学习要求**

根据学习内容、学生特点及学时安排，采取自学的方式学习，要求学生阅读大量的相关资料，完成相关的自学、测试等学习环节，培养学生的独立研读能力。

本课程的学习要求学生：

1．充分理解和熟记本课程所包含的各个基本概念；

2．充分理解和熟记研究对象所具有的性质及相互的关系；

3．初步具有将所学的知识联系实际的能力，对简单实例中的具体问题进行判断、计算或论证；

4．通过本课程的学习，掌握好各种典型的论证推理方法；

5．通过本课程的学习，在抽象思维和逻辑推理等能力上有较好的提高。

**四、学习内容及学时分配**

课程内容与学时分配

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **课 程 内 容** | **学时分配** | |
| **自学** | **习题** |
| **（一）命题逻辑的等值演算与推理演算** | **3** | **1** |
| **（二）谓词逻辑的等值演算和推理演算** | **3** | **1** |
| **（三）集合与关系** | **3** | **1** |
| **（四）图论的基本概念、通路与回路** | **3** | **1** |
| **（五）树、平面图与图的着色** | **3** | **1** |
| **（六） 代数结构** | **3** | **1** |
| **（七） 排列与组合** | **1** | **1** |
| **（八） 母函数与递推关系** | **1** | **1** |
| **（九） 容斥原理和鸽巢原理** | **1** | **1** |
| **（十）Polya定理** | **1** | **1** |

**五、课程考核及成绩评定**

（课程考核为闭卷考试，应与学习计划一致；成绩评定：考试成绩实行百分制，其中基础知识测试题的分值掌握在40分左右；综合能力测试题的分值掌握在60分左右。60分为及格）

**六、推荐教材和学习参考书**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **推荐教程** | **作者** | **出版社及出版时间** |
| 《离散数学》(第五版) | 耿素云、屈婉玲 | 北京：高等教育出版社，1998 |
| **学习参考书** | **作者** | **出版社及出版时间** |
| 数理逻辑与集合论．  (第2版) | 石纯一，王家廒． | 北京：清华大学出版社，2000． |
| 图论与代数结构 | 戴一奇，胡冠章，陈卫． | 北京：清华大学出版社，1995 4． |
| 数理逻辑与集合论精要与题解． | 王宏，杨明 | 北京：清华大学出版社，2001. |
| 图论 | 王树和 | 北京：科学出版社，2004． |
| 图论导引 | Gary Charttrand。范益政，汪毅，龚世才等译 | 北京：人民邮电出版社，2007． |

**七、学习具体内容和要求**

(一)命题逻辑的等值演算与推理演算

* 学习内容

l．命题逻辑的基本概念、命题逻辑联结词与真值表，重言式

2．简单命题的形式化(简单自然语句的形式化)

3．等值定理、基本等值公式以及等值演算

4．命题公式与真值表的关系、联结词的完备集

5.析取范式，合取范式，主析取范式和主合取范式

6．命题逻辑的推理演算与推理规则，归结推理证明方法

7．命题逻辑公理系统的概念，公理系统的基本结构

* 学习要求

1.理解并掌握命题逻辑的基本概念，熟练掌握五个常用的命题联结词及其真值表，掌握命题与真值表的关系，以及由简单命题通过联结词构造复合命题的方法。

2.掌握重言式、永假式和可满足公式的区别与判别方法；理解命题形式化的步骤与方法，能够熟练地利用命题联结词将简单自然语句形式化。

3.掌握和理解命题公式等值的概念，掌握命题公式等值的判别方法。

4.熟悉基本的等值公式，对于常用的等值公式，能在理解的基础上熟记并能在等值演算中灵活使用。

5.了解联结词完备集的概念，掌握判别联结词完备集的方法，了解对偶式的基本概念。

6.理解范式的概念和范式定理，深入理解主析取范式和主合取范式的构成，能够熟练地将命题公式化成相应的主析取范式和主合取范式。

7.理解推理形式的基本结构，熟悉基本的推理公式，掌握推理公式的不同证明方法。

8.理解基本的推理规则，掌握使用推理规则进行推理演算的方法。

9.理解归结推理规则，掌握用归结推理法证明的方法。

10.了解命题逻辑的公理系统的概念和基本构成，进行定理推演的过程和方法。

 (二)谓词逻辑的等值演算和推理演算

* 学习内容

1．谓词、量词的基本概念及表示法

2．复杂自然语句的形式化

3．否定型等值式、量词分配等值式

4．范式，前束范式，SKOLEM标准形

5．基本推理公式及其证明方法

6．谓词逻辑的推理规则与推理演算，归结推理法

* 学习要求

l．理解谓词、个体词、函数和量词的概念，重点解决使用谓词逻辑描述自然语句的表达问题，能够熟练地将一些复杂的自然语句进行形式化描述。

2．了解有限域下全称量词和存在量词的表示法，理解它们在谓词逻辑中的重要作用。

3.了解普遍有效公式、可满足式和不可满足式的概念和划分方法，知道一阶谓词逻辑的判定问题的基本内容以及有关的主要结沦。

4.理解渭词逻辑公式等值的概念，掌握否定型等值式的不同形式及其证明方法。

5.了解量词对不同联结词的分配律，掌握量词分配等值式的证明方法。

6.理解范式的概念，掌握前束范式的定义以及Sko1em标准形的构成，会求谓词逻辑公式的前束范式和仅保留全称量词的前束范式。

7.熟悉谓词逻辑的基本推理公式，能够给出解释性的证明和其他推理公式正确性的判断。

8.理解谓词逻辑有关量词的四条推理规则，掌握使用推理规则进行推理演算的方法。

9.理解渭问逻辑的归结推理法的证明过程，掌握用归结法证明推理公式的方法。

(三)集合与关系

* 学习内容

1．集合的概念、性质和基本运算、集合间的关系和特殊集合

2．有限集合的基数，包含排斥原理

3．集合论公理系统，无穷公理和自然数集合

4．二元关系的概念、关系矩阵和关系图

5．关系的逆、合成，关系的基本性质，关系的闭包

6．等价关系和划分，偏序关系与哈斯图

7．任意集合上的函数定义与性质、特殊函数，满射、单射与双射

8．集合的势、无限集合的基数

* 学习要求

1.深人理解并掌握集合的概念和不同的表示方法，能够熟练地用谓词形式来描述集合中元素的性质；理解集合间的关系和特殊集合，熟练掌握集合的基本运算。

2.理解集合运算的性质和主要证明方法，能够用谓词演算或集合恒等式的方法证明集合的相等、包含或进行集合公式的化简。

3.了解集合基数的概念，掌握有限集合基数的计算方法，理解包含排斥原理及其具体应用。

4.对集合论公理系统有概貌性的了解，理解无穷公理以及自然数集合在集合论中的表示。

5.理解二二元关系的概念，掌握关系矩阵表示法和关系图画法。深入理解关系的某些特殊性质，包括自反性、非自反性、对称性、反对称性和传递性以及它们之间的关系。

6.了解关系的闭包的定义及其性质，掌握已知关系R的自反、对称和传递闭包的构造方法。

7.深入理解等价关系和划分的概念，掌握相关的证明思路与方法。了解相容关系和覆盖的概念以及它们与等价关系和划分的主要区别。

8.深入理解偏序关系和哈斯图的概念；掌握用哈斯图表示偏序集的方法；了解拟序关系、全序关系和链等概念。

9.理解函数的定义，特别是任意集合上的函数的概念，深入理解函数的单射、满射和双射的概念。：掌握从集合A到集合B构造双射函数的方法。

10.理解集合等势的概念，掌握判断集合等势的方法。了解有限集合与无限集合的严格定义，熟悉无限集合基数的记法和康托尔定理、连续统假设的内容以及目前的基本结论。

(四)图论的基本概念、通路与回路

* 学习内容

1．图的基本概念与性质

2．图的代数表示

3．通路与回路的定义

4．欧拉通路与回路

5．哈密顿通路与回路

6．最短路径

7．关键路径

* 学习要求

1.理解并熟练掌握图论的最基本的概念，包括图、度、简单图等。

2.掌握图的几个最基本的性质。

3.掌握图的邻接矩阵和关键矩阵表示方法以及它们各自的特点。

4.掌握有向图与无向图的通路与回路，简单通路与简单回路，初级通路与初级回路的定义，连通图的定义。

5.掌握欧拉通路与回路的定义以及存在欧拉回路的充要性。

6.掌握哈密顿通路与回路的定义以及相关定理。

7.熟悉并掌握正权图中从某点到其他各点最短路径长度的Dijkstra算法。

8.熟悉并掌握有向图中关键路径的计算。

(五)树、平面图与图的着色

* 学习内容

1．树的有关定义

2．支撑树的计数

3．哈夫曼树

4．最短树

5．平面图与极大平面图

6．对偶图

7．色数与色数多项式

* 学习要求

1.熟悉并掌握树的等价定义及基本性质。

2.掌握连通图中支撑树数目的计算方法。

3.掌握哈夫曼树的构造方法。

4.熟悉并掌握赋权连通图中最短支撑树的Kruskal算法。

5.熟练掌握欧拉公式，了解极大平面图的有关性质。

6.掌握对偶图的定义与构造方法，学会利用对偶图求解基本问题。

7.熟悉色数的定义，有关定理和简单图形的色数计算。

8.掌握简单图形的色数多项式的计算。

(六)代数结构

* 学习内容

1．代数系统的概念

2．同构与同态

3．群的基本知识

4．循环群、群的同构

5．变换群和置换群、Caylay定理

6．陪集和群的陪集分解、Lagrange定理

7．正规子群与商群

8．同态、同态基本定理

9．环和域的概念

* 学习要求

l．熟练掌握代数系统的基本概念，如n元运算、单位元、逆元、半群、含幺半群等。

2.理解同态与同构的有关定义，并能够进行简单证明。

3.深入理解群的有关基本知识与基本定理。

4.深入理解循环群的定义及相关定理，掌握群同构概念。

5.掌握交换群、置换群概念，以及轮换、对换计算，了解Cayley定理。

6.掌握陪集的定义、性质及群的陪集分解，了解Lagrange定理。

7.掌握正规子群的定义和性质，了解商群。

8.了解同态核定义及同态基本定理。

9.掌握环、域的定义及基本性质。

(七)排列与组合

* 学习内容

1．加法法则与乘法法则

2．排列与组合

3．Stirling近似公式

4．模型转换

5．排列的生成算法

6．组合的生成算法

7．可重组合

8．若干等式及其组合意义

* 学习要求

1.熟练运用加法法则和乘法法则，运用这些法则解决各种比较简单的计数问题。在解决计数问题的过程中注意使用合理分类和模型转换的技巧。

2.熟练掌握无重排列，无重组合，可重排列，重数给定的排列，圆排列，项链排列等概念及其计数公式的推导，并能熟练运用这些概念和计数公式解决各种问题。利用重数给定的排列及其计数公式给出多项式展开的系数汁算公式，并将其与不同的球放人不同的盒子，每盒球数给定的模型联系起来。

3.利用模型转换技巧解决不易直接计算的计数问题。

4.了解全排列生成算法的演变，掌握字典序法，递增进位制数法，递减进位制数法，邻位对换法中排列，序号和中介数之间互求的计算方法。

5.利用不同方法推导可重组合及隔位组合的计算公式。

6.利用汁算公式，归纳法和建立适当的组合模型的方法证明些基本的组合恒等式。

7.应用各种组合模型及其汁数方法解决各种相关的问题。

 (八)母函数与递推关系

* 学习内容

1．母函数

2．递推关系

3．Fibonacci数列

4．线性常系数递推关系

5．整数的拆分和Ferrers图像

6．指数型母函数

7．母函数和递推关系应用举例

8．错排问题

9．Stirling数

10．Catalan数

* 学习要求

1.掌握序列和它的母函数的关系，掌握形式幂级数的基本运算。

2.掌握根据已知具体序列的基本性质求其递推关系，再利用母函数解递推关系，得到序列的表达式的方法。

3.掌握根据Fibonacci数列的基本性质列出其递推关系，再利用母函数求解其递推关系，即给出序列的表达式的方法。掌握利用Fibonacci数列的递推关系，证明一些与Fibonacci数列相关的恒等式。掌握利用Fibonacci数列在优选法中的简单应用。

4.掌握利用母函数法解一般线性常系数递推关系的方法。重点掌握在无重根、有重根和有共轭复根的3种情况下求序列表达式的方法。

5.掌握整数拆分的基本概念和—些简单方法。利用Ferrer图像解决—些拆分的计数问题。掌握根据错排的定义，求错排数列的递推关系的方法及利用母函数求解错排数列的表达式的方法。掌握利用递推关系和母函数，解决—一些应用问题的方法，特别是解决——些不是线性常系数的递推关系。掌握第一类及第二类Stirling数的组合意义。

(九)容斥原理和鸽巢原理

* 学习内容

1．容斥原理

2．棋盘多项式与有限制排列

3．—般公式

4．二项式反演与Mobius反演

5．鸽巢原理

6．Ramsey问题和Ramsey数

* 学习要求

1.掌握容斥原理的两个基本公式并利用这两个公式解决—些应用问题。

2.掌握利用容斥原理基本公式解决错排问题的方法。

3.掌握利用棋盘多项式的概念解决—些有限制的排列问题。

4.掌握用不同的方法推导—般公式的方法。

5.掌握二项式反演和Mobius反演的基本方法，解决—些问题。

6.掌握鸽巢原理的几种表述方法，解决—些问题。注意将鸽巢原理与一些别的数学概念及技巧结合起来应用的方法。

7.掌握分析一些典型的Ramsey问题的方法。

8.掌握推算一些简单的Ramsey数的方法。

(十)Polya定理

* 学习内容

1．Burnside引理

2．Polya定理

3．母函数型的Polya定理

4．图的计数

* 学习要求

1.掌握群的基本概念和定理。

2.掌握置换群的基本概念。

3.掌握置换的轮换、对换等表示方法和奇偶置换的概念。掌握正多面体的计算方法和转动群的分析方法，如欠角和定理的推导和应用及转动轴的分类。

4.掌握含不动点的置换子群，置换群作用下对象的轨道(等价类)等概念。掌握对特定子群作陪集分解的方法。掌握推导Burnside引理，Polya定理的方法。理解Burnside引理在本章中的核心地位。利用Burnside引理和Polya的定理解决一些应用问题，尤其是非着色类型的与转动群有关的计数问题。

5.掌握母函数型Polya定理的推导和应用。

6.利用Polya的定理解决顶点无标志无向图及有向图的计数问题。

**第一讲 命题逻辑的基本概念**

**一、基本要求**

1．理解并掌握命题逻辑的基本概念，熟练掌握五个常用的命题联结词及其真值表，掌握命题与真值表的关系，以及由简单命题通过联结词构造复合命题的方法。

2．掌握重言式、永假式和可满足公式的区别与判别方法；理解命题形式化的步骤与方法，能够熟练地利用命题联结词将简单自然语句形式化。

3．分清“相容或”与“排斥或”；

4．深刻理解命题公式的赋值、成真赋值、成假赋值，从而准确地判断出公式的类型。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

l．命题逻辑的基本概念、命题逻辑联结词与真值表，重言式

2．简单命题的形式化(简单自然语句的形式化)   

**四、重点难点**

蕴涵联结词与析取联结词；真值表。 

**五、思考与讨论**

1.什么是命题？什么是真值、真命题、假命题？

2.什么是命题联结词？它们的主要性质有哪些？

3.什么是合适公式？什么是重言式、矛盾式和可满足式？

**第二讲 命题逻辑的等值演算**

**一、基本要求**

1．掌握和理解命题公式等值的概念，掌握命题公式等值的判别方法。

2．熟悉基本的等值公式，对于常用的等值公式，能在理解的基础上熟记并能在等值演算中灵活使用。

3．了解联结词完备集的概念，掌握判别联结词完备集的方法，了解对偶式的基本概念。

4.理解范式的概念和范式定理，深入理解主析取范式和主合取范式的构成，能够熟练地将命题公式化成相应的主析取范式和主合取范式。



**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．等值定理、基本等值公式以及等值演算

2．命题公式与真值表的关系、联结词的完备集

3.析取范式，合取范式，主析取范式和主合取范式

**四、重点难点**

 等值式的定义；极大项与极小项。 

**五、思考与讨论**

1.如何判断两个命题公式是否等值？

2.如果仅仅知道命题公式的真值表，是否可以构造命题公式本身？应该如何构造?

3.n个命题变项可以构造多少个彼此独立的真值函项？

**第三讲 命题逻辑的推理理论**

**一、基本要求**

1.理解推理形式的基本结构，熟悉基本的推理公式，掌握推理公式的不同证明方法。

2.理解基本的推理规则，掌握使用推理规则进行推理演算的方法。

3.理解归结推理规则，掌握用归结推理法证明的方法。

4.了解命题逻辑的公理系统的概念和基本构成，进行定理推演的过程和方法。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．命题逻辑的推理演算与推理规则，归结推理证明方法

2．命题逻辑公理系统的概念，公理系统的基本结构

**四、重点难点**

 推理的形式结构；推理规则。

**五、思考与讨论**

1.什么是推理？推理的形式结构是怎样的？

2.重要的推理定律有哪些？

3.推理的基本方法有哪些？

**第四讲 谓词逻辑的基本概念**

**一、基本要求**

1.理解谓词、个体词、函数和量词的概念，重点解决使用谓词逻辑描述自然语句的表达问题，能够熟练地将一些复杂的自然语句进行形式化描述。

2.了解有限域下全称量词和存在量词的表示法，理解它们在谓词逻辑中的重要作用。

3.了解普遍有效公式、可满足式和不可满足式的概念和划分方法，知道一阶谓词逻辑的判定问题的基本内容以及有关的主要结沦。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．谓词、量词的基本概念及表示法

2．复杂自然语句的形式化

**四、重点难点**

 个体词、谓词、量词；谓词公式及其解释。

**五、思考与讨论**

1.谓词逻辑与命题逻辑有哪些主要区别？它应提供哪些命题逻辑中不具备的功能，又可能带来哪些复杂的新问题？

2.谓词逻辑的公式应如何分类？判断任一公式的普遍有效性是否存在可行的方法？

**第五讲 谓词逻辑的逻辑等值演算与推理**

**一、基本要求**

1.理解渭词逻辑公式等值的概念，掌握否定型等值式的不同形式及其证明方法。

2.了解量词对不同联结词的分配律，掌握量词分配等值式的证明方法。

3.理解范式的概念，掌握前束范式的定义以及Sko1em标准形的构成，会求谓词逻辑公式的前束范式和仅保留全称量词的前束范式。

4.熟悉谓词逻辑的基本推理公式，能够给出解释性的证明和其他推理公式正确性的判断。

5.理解谓词逻辑有关量词的四条推理规则，掌握使用推理规则进行推理演算的方法。

6．理解渭问逻辑的归结推理法的证明过程，掌握用归结法证明推理公式的方法。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．否定型等值式、量词分配等值式

2．范式，前束范式，SKOLEM标准形

3．基本推理公式及其证明方法

4．谓词逻辑的推理规则与推理演算，归结推理法

**四、重点难点**

谓词逻辑等值式与置换过则、换名规则、代替规则；谓词逻辑推理系统。

**五、思考与讨论**

1.在谓词逻辑中等值是如何定义的？谓词逻辑有哪些与命题逻辑类似的等值公式，如何证明它们的正确性？

2.任一谓词公式是否可化为与之等值的范式？这种范式形式是否唯一？

3.如何使用范式来简化对任一公式的普遍有效性与不可满足性的判定？

4.在谓词逻辑中如何进行推理演算？如何处理谓词逻辑中出现的量词？

5.归结法是否也适用于谓词逻辑？如何使用归结法进行谓词推理公式的证明？

**第六讲 集合的基本概念、性质和运算**

**一、基本要求**

1.深人理解并掌握集合的概念和不同的表示方法，能够熟练地用谓词形式来描述集合中元素的性质；理解集合间的关系和特殊集合，熟练掌握集合的基本运算。

2.理解集合运算的性质和主要证明方法，能够用谓词演算或集合恒等式的方法证明集合的相等、包含或进行集合公式的化简。

3.了解集合基数的概念，掌握有限集合基数的计算方法，理解包含排斥原理及其具体应用。

4.对集合论公理系统有概貌性的了解，理解无穷公理以及自然数集合在集合论中的表示。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．集合的概念、性质和基本运算、集合间的关系和特殊集合

2．有限集合的基数，包含排斥原理

3．集合论公理系统，无穷公理和自然数集合

**四、重点难点**

集合的基本概念和运算；集合元素中的计数问题。 

**五、思考与讨论**

1.在集合运算中是否满足类似命题逻辑中的摩根律？

2.自然数在集合论中应如何表示？0又是如何表示的？

**第七讲 关系与函数**

**一、基本要求**

1.理解二二元关系的概念，掌握关系矩阵表示法和关系图画法。深入理解关系的某些特殊性质，包括自反性、非自反性、对称性、反对称性和传递性以及它们之间的关系。

2.了解关系的闭包的定义及其性质，掌握已知关系R的自反、对称和传递闭包的构造方法。

3.深入理解等价关系和划分的概念，掌握相关的证明思路与方法。了解相容关系和覆盖的概念以及它们与等价关系和划分的主要区别。

4.深入理解偏序关系和哈斯图的概念；掌握用哈斯图表示偏序集的方法；了解拟序关系、全序关系和链等概念。

5.理解函数的定义，特别是任意集合上的函数的概念，深入理解函数的单射、满射和双射的概念。：掌握从集合A到集合B构造双射函数的方法。

6.理解集合等势的概念，掌握判断集合等势的方法。了解有限集合与无限集合的严格定义，熟悉无限集合基数的记法和康托尔定理、连续统假设的内容以及目前的基本结论。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．二元关系的概念、关系矩阵和关系图

2．关系的逆、合成，关系的基本性质，关系的闭包

3．等价关系和划分，偏序关系与哈斯图

4．任意集合上的函数定义与性质、特殊函数，满射、单射与双射

5．集合的势、无限集合的基数

**四、重点难点**

关系的逆、合成，关系的基本性质，关系的闭包；等价关系和划分，偏序关系与哈斯图；特殊函数。 

**五、思考与讨论**

1.集合与二元关系存在哪些共同点？一个具有n个元素的集合可以定义多少个二元关系？

2.二元关系具有哪些主要性质？这些性质应如何定义和判断？

3.怎样对一个已知关系增加一些原来不具有的特殊性质，从而构成一个新的关系？

4.一个二元关系是等价关系的条件是什么？是偏序关系的条件又是什么？

5.一个关系应满足哪些条件才成为函数？任意集合上的函数应该如何定义？

6.从集合A到集合B不同的函数共有多少个？如何构造从集合A到B的一对一且A到B上的函数（双射）？

7.一个无限集合的无穷子集是否与原集合的基数相同？实数集的基数是否与自然数集的基数相同？

**第八讲 图的基本概念、通路与回路**

**一、基本要求**

1.理解并熟练掌握图论的最基本的概念，包括图、度、简单图等。

2.掌握图的几个最基本的性质。

3.掌握图的邻接矩阵和关键矩阵表示方法以及它们各自的特点。

4.掌握有向图与无向图的通路与回路，简单通路与简单回路，初级通路与初级回路的定义，连通图的定义。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．图的基本概念与性质

2．图的代数表示

3．通路与回路的定义

**四、重点难点**

图的邻接矩阵和关键矩阵表示方法；有向图与无向图的通路与回路，简单通路与简单回路，初级通路与初级回路的定义，连通图的定义。 

**五、思考与讨论**

1.图的定义是什么？什么是有向图？什么是无向图？

2.图的度、出度与入度的基本概念和计算。

3.什么是图的邻接矩阵与关联矩阵？如何表示？

4.什么是通路？什么是回路？

5. 什么简单通路与简单回路，初级通路与初级回路？

6. 什么是连通图？

**第九讲 特殊的图与最短路径、关键路径**

**一、基本要求**

1.掌握欧拉通路与回路的定义以及存在欧拉回路的充要性。

2.掌握哈密顿通路与回路的定义以及相关定理。

3.熟悉并掌握正权图中从某点到其他各点最短路径长度的Dijkstra算法。

4.熟悉并掌握有向图中关键路径的计算。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．欧拉通路与回路

2．哈密顿通路与回路

3．最短路径

4．关键路径

**四、重点难点**

欧拉通路与回路的定义以及存在欧拉回路的充要性；哈密顿通路与回路的定义以及相关定理；正权图中从某点到其他各点最短路径长度的Dijkstra算法；有向图中关键路径的计算。 

**五、思考与讨论**

1.什么是欧拉通路与回路？

2.什么是哈密顿通路与回路？

3.欧拉通路与回路和哈密度通路与回路有何区别？

4.什么是最短路径？如何计算？

5.什么是关键路径？如何计算？

**第十讲 树的基本概念、哈夫曼树与最短树**

**一、基本要求**

1.熟悉并掌握树的等价定义及基本性质。

2.掌握连通图中支撑树数目的计算方法。

3.掌握哈夫曼树的构造方法。

4.熟悉并掌握赋权连通图中最短支撑树的Kruskal算法。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．树的有关定义

2．支撑树的计数

3．哈夫曼树

4．最短树

**四、重点难点**

哈夫曼树的构造方法；赋权连通图中最短支撑树的Kruskal算法。 

**五、思考与讨论**

1.什么是树？树连通么？有回路么？

2.树中任意两点间可否有多条不同的路？

3.如何计算连通图中支撑树数目？

4.如何构造哈夫曼树？

5.赋权连通图中最短支撑树的Kruskal算法是怎样的？

**第十一讲 平面图与图的着色**

**一、基本要求**

1.熟练掌握欧拉公式，了解极大平面图的有关性质。

2.掌握对偶图的定义与构造方法，学会利用对偶图求解基本问题。

3.熟悉色数的定义，有关定理和简单图形的色数计算。

4.掌握简单图形的色数多项式的计算。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．平面图与极大平面图

2．对偶图

3．色数与色数多项式

**四、重点难点**

对偶图的定义与构造方法；简单图形的色数多项式的计算。 

**五、思考与讨论**

1. 对偶图的定义与构造方法是怎样的？

2.如何计算简单图形的色数多项式？

**第十二讲 代数结构**

**一、基本要求**

1.熟练掌握代数系统的基本概念，如n元运算、单位元、逆元、半群、含幺半群等。

2.理解同态与同构的有关定义，并能够进行简单证明。

3.深入理解群的有关基本知识与基本定理。

4.深入理解循环群的定义及相关定理，掌握群同构概念。

5.掌握交换群、置换群概念，以及轮换、对换计算，了解Cayley定理。

6.掌握陪集的定义、性质及群的陪集分解，了解Lagrange定理。

7.掌握正规子群的定义和性质，了解商群。

8.了解同态核定义及同态基本定理。

9.掌握环、域的定义及基本性质。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．代数系统的概念

2．同构与同态

3．群的基本知识

4．循环群、群的同构

5．变换群和置换群、Caylay定理

6．陪集和群的陪集分解、Lagrange定理

7．正规子群与商群

8．同态、同态基本定理

9．环和域的概念

**四、重点难点**

交换群、置换群概念；陪集的定义、性质及群的陪集分解；环、域的定义及基本性质。 

**五、思考与讨论**

1. 群、环、域的定义和性质有什么不同？

2.什么是循环群、群的同构？

3.什么是交换群、置换群概念，以及轮换、对换计算，了解Cayley定理？

4.陪集的定义、性质及群的陪集分解是什么？

5. 正规子群的定义和性质是什么？

**第十三讲 排列与组合**

**一、基本要求**

1.熟练运用加法法则和乘法法则，运用这些法则解决各种比较简单的计数问题。在解决计数问题的过程中注意使用合理分类和模型转换的技巧。

2.熟练掌握无重排列，无重组合，可重排列，重数给定的排列，圆排列，项链排列等概念及其计数公式的推导，并能熟练运用这些概念和计数公式解决各种问题。利用重数给定的排列及其计数公式给出多项式展开的系数汁算公式，并将其与不同的球放人不同的盒子，每盒球数给定的模型联系起来。

3.利用模型转换技巧解决不易直接计算的计数问题。

4.了解全排列生成算法的演变，掌握字典序法，递增进位制数法，递减进位制数法，邻位对换法中排列，序号和中介数之间互求的计算方法。

5.利用不同方法推导可重组合及隔位组合的计算公式。

6.利用计算公式，归纳法和建立适当的组合模型的方法证明些基本的组合恒等式。

7.应用各种组合模型及其汁数方法解决各种相关的问题。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．加法法则与乘法法则

2．排列与组合

3．Stirling近似公式

4．模型转换

5．排列的生成算法

6．组合的生成算法

7．可重组合

8．若干等式及其组合意义

**四、重点难点**

加法法则和乘法法则；无重排列，无重组合，可重排列，重数给定的排列，圆排列，项链排列等概念及其计数公式的推导；应用各种组合模型及其汁数方法解决各种相关的问题。 

**五、思考与讨论**

1.什么是加法法则？

2.什么是乘法法则？

3.什么是无重排列，无重组合，可重排列，重数给定的排列，圆排列，项链排列及其计数公式？

**第十四讲 母函数与递推关系**

**一、基本要求**

1.掌握序列和它的母函数的关系，掌握形式幂级数的基本运算。

2.掌握根据已知具体序列的基本性质求其递推关系，再利用母函数解递推关系，得到序列的表达式的方法。

3.掌握根据Fibonacci数列的基本性质列出其递推关系，再利用母函数求解其递推关系，即给出序列的表达式的方法。掌握利用Fibonacci数列的递推关系，证明一些与Fibonacci数列相关的恒等式。掌握利用Fibonacci数列在优选法中的简单应用。

4.掌握利用母函数法解一般线性常系数递推关系的方法。重点掌握在无重根、有重根和有共轭复根的3种情况下求序列表达式的方法。

5.掌握整数拆分的基本概念和…—些简单方法。利用Ferrer图像解决—些拆分的计数问题。掌握根据错排的定义，求错排数列的递推关系的方法及利用母函数求解错排数列的表达式的方法。掌握利用递推关系和母函数，解决—一些应用问题的方法，特别是解决——些不是线性常系数的递推关系。掌握第一类及第二类Stirling数的组合意义。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．母函数

2．递推关系

3．Fibonacci数列

4．线性常系数递推关系

5．整数的拆分和Ferrers图像

6．指数型母函数

7．母函数和递推关系应用举例

8．错排问题

9．Stirling数

10．Catalan数

**四、重点难点**

形式幂级数的基本运算；根据已知具体序列的基本性质求其递推关系，再利用母函数解递推关系，得到序列的表达式的方法；根据Fibonacci数列的基本性质列出其递推关系，再利用母函数求解其递推关系，即给出序列的表达式的方法；利用Fibonacci数列在优选法中的简单应用；在无重根、有重根和有共轭复根的3种情况下求序列表达式的方法；整数拆分的基本概念和—些简单方法。 

**五、思考与讨论**

1.集合与二元关系存在哪些共同点？一个具有n个元素的集合可以定义多少个二元关系？

2.二元关系具有哪些主要性质？这些性质应如何定义和判断

**第十五讲 容斥原理和鸽巢原理**

**一、基本要求**

1.掌握容斥原理的两个基本公式并利用这两个公式解决—些应用问。

2.掌握利用容斥原理基本公式解决错排问题的方法。

3.掌握利用棋盘多项式的概念解决—些有限制的排列问题。

4.掌握用不同的方法推导—般公式的方法。

5.掌握二项式反演和Mobius反演的基本方法，解决—些问题。

6.掌握鸽巢原理的几种表述方法，解决—些问题。注意将鸽巢原理与一些别的数学概念及技巧结合起来应用的方法。

7.掌握分析一些典型的Ramsey问题的方法。

8.掌握推算一些简单的Ramsey数的方法。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．容斥原理

2．棋盘多项式与有限制排列

3．—般公式

4．二项式反演与Mobius反演

5．鸽巢原理

6．Ramsey问题和Ramsey数

**四、重点难点**

利用容斥原理基本公式解决错排问题的方法；利用棋盘多项式的概念解决—些有限制的排列问题；二项式反演和Mobius反演的基本方法；鸽巢原理的几种表述方法；典型的Ramsey问题。 

**五、思考与讨论**

1. 容斥原理的两个基本公式是什么？如何利用这两个公式解决—些应用问题？

2. 如何利用容斥原理基本公式解决错排问题？

3. 如何利用棋盘多项式的概念解决—些有限制的排列问题？

4. 二项式反演和Mobius反演的基本方法是什么？

5. 鸽巢原理的几种表述方法是什么？

6. 有哪些典型的Ramsey问题？

**第十六讲 Polya定理**

**一、基本要求**

1.掌握群的基本概念和定理。

2.掌握置换群的基本概念。

3.掌握置换的轮换、对换等表示方法和奇偶置换的概念。掌握正多面体的计算方法和转动群的分析方法，如欠角和定理的推导和应用及转动轴的分类。

4.掌握含不动点的置换子群，置换群作用下对象的轨道(等价类)等概念。掌握对特定子群作陪集分解的方法。掌握推导Burnside引理，Polya定理的方法。理解Burnside引理在本章中的核心地位。利用Burnside引理和Polya的定理解决一些应用问题，尤其是非着色类型的与转动群有关的计数问题。

5.掌握母函数型Polya定理的推导和应用。

6.利用Polya的定理解决顶点无标志无向图及有向图的计数问题。

**二、授课方法**

自学。

**三、学习内容**

1．Burnside引理

2．Polya定理

3．母函数型的Polya定理

4．图的计数

**四、重点难点**

群的基本概念和定理；含不动点的置换子群，置换群作用下对象的轨道(等价类)等概念；母函数型Polya定理的推导和应用。 

**五、思考与讨论**

1．写出对称群S5每种置换格式的个数。

2．写出与S5对应的以5个顶点完全图的边为目标集的置换群的不同格式的置换的个数。

3．什么是关于多面体顶点的欠角及欠角和定理?

4．给出5种正多面体的构成。分别写出以这些正多面体的顶点、棱和面为目标的置换群的置换格式及其个数。

5．在正6画体的每个面上任意作—条对角线，有多少方案?

6．对正4面体的顶点3着色，棱2着色，面4着色有多少方案?

7．把足球看做由正5边形和正6边形相嵌而成的对称多面体。给出此多面体的构成，即有多少个顶点，多少条棱，多少个正5边形，正6边形。

8．用相同的火柴棍(头尾有区别、搭—足球有多少方案。 9．用8个相同的骰子垛成—个正立方体，有多少方案?